أكاديمية الحوت في الرياضيات

الحوت في الرياضيات

للصف الثالث الثانوي

الجبر

أ. سعد حجازي
01282619484



النموذج التجريبي ٢٠٢٠ - ٢٠٢١

1

أى مما يأتى هو مساحة سطح مثلث رؤوسه هى النقط التى تمثل الجذور التكعيبية للواحد الصحيح فى شكل أرجاند ؟

- ● $\frac{3\sqrt{3}}{4}$
- $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
- $\frac{\sqrt{3}}{4}$

الجذور التكعيبية للواحد الصحيح

$ع_1 = 1$ ، $ع_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}ت$ ، $ع_3 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}ت$

$ب جـ = \sqrt{(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2})^2} = \sqrt{3}$

$م \triangle = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times جا ٦٠ = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

[1]

2

عدد الطرق الممكنة التى يمكن لشخص فى أحد الأنديه أن يختار الإشتراك فى ٣ لعبات على الأقل من مجموعة الألعاب {كرة قدم ، كرة يد ، كرة طائرة ، كرة سلة } تساوى ....

- ● ${}^{4}ق_{3} + {}^{4}ق_{4}$
- ${}^{4}ق_{3} \times {}^{4}ق_{4}$
- ${}^{4}ل_{3} + {}^{4}ل_{4}$
- ${}^{4}ل_{3} \times {}^{4}ل_{4}$

لا يهم الترتيب (توافيق)

${}^{4}ق_{3} + {}^{4}ق_{4}$

[2]

4

إذا كان المستويان: ١٨ س + ١٥ ص - ٦ ع + ١ = صفر ، أ س + ب ص + ٢ ع + ١ = صفر متوازيين

فإن: أ ب = ...

- ● ٣٠
- • −٣٠
- • ٩٠
- • −٩٠

$\frac{١٨}{أ} = \frac{١٥}{ب} = \frac{-٦}{٢}$

أ = −٦ ب = −٥

أ ب = ٣٠

[٤]

3

فى مفكوك $\left(س^{٢} - \frac{١}{س}\right)^{١٥}$ حسب قوى س التنازلية

قيمة الحد الخالى من س = ...

- ● $^{١٥}ق_{٥}$
- • $-\,^{١٥}ق_{٥}$
- • $^{١٥}ق_{٩}$
- • $-\,^{١٥}ق_{٩}$

$ح_{ر+١} = \,^{١٥}ق_{ر} \left(\frac{-١}{س}\right)^{ر} (س^{٢})^{١٥-ر}$

٣٠ − ٣ر = ٠ ر = ١٠

$ح_{١١} = \,^{١٥}ق_{١٠} \left(\frac{-١}{س}\right)^{١٠} (س^{٢})^{٥} = \,^{١٥}ق_{١٠}$

من قانون التبسيط $^{١٥}ق_{١٠} = \,^{١٥}ق_{٥}$

[٣]

6

إذا كان المستقيم $\frac{س - ٢}{٣} = \frac{ص + ١}{-٤} = \frac{ع + ٣}{٥}$ يصنع زوايا قياساتها ل ، م ، ن مع مستويات الإحداثيات س ص ، ص ع ، ع س على الترتيب. فإن

$حا^2 ل + حا^2 م + حا^2 ن =$ ....

- ● ١
- ٢
- $\frac{٣}{٢}$
- $\sqrt{٢}$

من القوانين المحفوظة (لـ ٢١٢١٣ جيوب تمام اتجاه المستقيم)

$جتا^2 ل + جتا^2 م + جتا^2 ن = ١$

المستقيم يصنع مع مستوى س ص

$\frac{\pi}{2} - ل$ ، ل

وهكذا

$\frac{\pi}{2} - ل$

$\frac{\pi}{2} - م$

$\frac{\pi}{2} - ن$

$جتا^2(\frac{\pi}{2} - ل) + جتا^2(\frac{\pi}{2} - م) + جتا^2(\frac{\pi}{2} - ن) = ١$

$حا^2 ل + حا^2 م + حا^2 ن = ١$

أ/ سعد حجازى
مدرس الرياضيات البحته و التطبيقيه
مع تمنياتى بالتفوق
٠١٢٨٢٦١٩٤٨٤

5

إذا كان :

$أ = \begin{pmatrix} جا\theta & جتا\theta \\ جتا\theta & -جا\theta \end{pmatrix}$ فإن $(أ^2)^{-1} =$ ....

- ● $\begin{pmatrix} -جا2\theta & جتا2\theta \\ جتا2\theta & جا2\theta \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} جا\theta & جتا\theta \\ جتا\theta & -جا\theta \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -جا\theta & -جتا\theta \\ -جتا\theta & -جا\theta \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} جا2\theta & جتا2\theta \\ جتا2\theta & جا2\theta \end{pmatrix}$

$أ^2 = أ \times أ$

$= \begin{pmatrix} جاθ & جتاθ \\ جتاθ & -جاθ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} جاθ & جتاθ \\ جتاθ & -جاθ \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} جاθجتاθ + جاθجتاθ & جتا^2θ - جا^2θ \\ جتا^2θ - جا^2θ & -جاθجتاθ - جاθجتاθ \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} جتا2θ & -جا2θ \\ جا2θ & جتا2θ \end{pmatrix}$

$(أ^2)^{-1} = \frac{1}{|أ|} \times أ^{ل} = \frac{1}{1} \times \begin{pmatrix} جتا2θ & -جا2θ \\ جا2θ & جتا2θ \end{pmatrix}$

أ/ سعد حجازى
مدرس الرياضيات البحته و التطبيقيه
مع تمنياتى بالتفوق
٠١٢٨٢٦١٩٤٨٤

7

إذا كان ١ ، ω ، ω² هى الجذور التكعيبية للواحد الصحيح

فإن : $\left(\frac{أ}{\omega} - \frac{أ}{\omega^2} + \frac{٣أ}{\omega^4} - \frac{٣أ}{\omega^5}\right)^2$ = ...

- ● −٤٨أ²
- ٤٨أ²
- ١٦أ²
- −١٦أ²

$\frac{أ}{\omega} = أ\omega^2 \quad \frac{أ}{\omega^2} = أ\omega$

$\frac{٣أ}{\omega} = ٣أ\omega^2 \quad \frac{٣أ}{\omega^2} = ٣أ\omega$

$[أ\omega^2 - أ\omega + ٣أ\omega - ٣أ\omega^2]^2$

$[٤أ(\omega - \omega^2)]^2$

$[٤أ \times \pm\sqrt{3}\,ت]^2 = ٤٨أ^2ت^2$

$٤٨ت^2 = -٤٨أ^2$

8

في مفكوك $(أ س^2 - \frac{ب}{س})^{12}$ حسب قوى س التنازلية

$ح_7$ هو ....

- ● الحد المشتمل على $س^6$
- الحد الخالي من س
- الحد قبل الأخير
- الحد المشتمل على $س^7$

$ح_7 = {}^{12}ق_6 \left(\frac{ب}{س}\right)^6 (أس^2)^6$

$= {}^{12}ق_6\, ب^6 أ^6 س^6$

الحد المشتمل على $س^6$

10

إذا كان معامل الحد التاسع فى مفكوك $\left(أ\sqrt{س} - \frac{1}{أ\sqrt{س}}\right)^{12}$ حسب قوى س التنازلية يساوى ٧٩٢٠ فإن أ = ...

- ● $\pm \frac{1}{2}$
- ± 2
- $\pm \frac{1}{4}$
- ± 4

$ح_9 = {}^{12}ق_8 \left(\frac{-1}{أ\sqrt{س}}\right)^8 \times (أ\sqrt{س})^4$

معامل هو

${}^{12}ق_8 \; أ^{-4} = 7920$

$أ = \pm \frac{1}{2}$

9

إذا كان "الرقم السرى" لقفل يتكون من ٣ أرقام مختلفة من بين الأرقام { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ...... ، ٩ }

بكم طريقة يمكن تكوين رقم سرى يحتوى على الرقم ٦ ؟

- ● ١٦٨
- ١٢٦
- ٣٣٦
- ٢٢٤

شرط وجود ٦ فى أى خانة

آحاد عشرات مئات

$3 \times 8 \times 7 = 168$

أ/ سعد حجازى
مدرس الرياضيات البحته و التطبيقيه
مع تمنياتى بالتفوق
٠١٢٨٢٦١٩٤٨٤

$\begin{vmatrix} \text{س} & \text{ص} & \text{ص} \\ \text{ص} & \text{س} & \text{ص} \\ \text{ص} & \text{ص} & \text{س} \end{vmatrix}$ = (س + ٢ص) × ....

- ● $\begin{vmatrix} ١ & \text{ص} & \text{ص} \\ ٠ & \text{س}-\text{ص} & ٠ \\ ٠ & ٠ & \text{س}-\text{ص} \end{vmatrix}$
- $\begin{vmatrix} ١ & \text{ص} & \text{ص} \\ ٠ & \text{س}+\text{ص} & ٠ \\ ٠ & ٠ & \text{س}+\text{ص} \end{vmatrix}$
- $\begin{vmatrix} ١ & \text{ص} & ٠ \\ ٠ & \text{س}+\text{ص} & ٠ \\ ٠ & ٠ & \text{س}-\text{ص} \end{vmatrix}$
- $\begin{vmatrix} ١ & \text{ص} & \text{ص} \\ ٠ & \text{س}-\text{ص} & ٢\text{ص} \\ ٠ & ٠ & \text{س}+\text{ص} \end{vmatrix}$

ك١ + ك٢ + ك٣

$\begin{vmatrix} \text{س}+٢\text{ص} & \text{ص} & \text{ص} \\ \text{س}+٢\text{ص} & \text{س} & \text{ص} \\ \text{س}+٢\text{ص} & \text{ص} & \text{س} \end{vmatrix}$

(س+٢ص) $\begin{vmatrix} ١ & \text{ص} & \text{ص} \\ ١ & \text{س} & \text{ص} \\ ١ & \text{ص} & \text{س} \end{vmatrix}$

لو دورت عليها مش هتلاقيها

ص٢ − ص١ ، ص٣ − ص١

(س+٢ص) $\begin{vmatrix} ١ & \text{ص} & \text{ص} \\ ٠ & \text{س}-\text{ص} & ٠ \\ ٠ & ٠ & \text{س}-\text{ص} \end{vmatrix}$

إذا كانت أ (٣ ، − ٤ ، ٠) ، ب (١٥ ، ٠ ، ٢) ، حـ (٠ ، − ٨ ، ٤) ثلاث نقط فى الفراغ

وهى رؤوس المثلث أ ب حـ فإن بعد المركز الهندسى للمثلث عن المستوى الإحداثى س ع يكون ......

- ● أكبر من بعده عن المستوى س ص
- أكبر من بعده عن المستوى ص ع
- أصغر من أو يساوى بعده عن المستوى س ص
- أكبر من أو يساوى بعده عن المستوى ص ع

المركز الهندسي للمثلث سددرس مركز الثقل (أستاتيكا)

هو نقطة تقاطع متوسطاته

$\left(\frac{٣+١٥+٠}{٣} \text{ ، } \frac{-٤+٠-٨}{٣} \text{ ، } \frac{٠+٠+٤}{٣} \right)$ = (٦ ، −٤ ، ٢)

بعد المركز عن المستوى س ع هو |ص| = ٤

بعد المركز عن المستوى س ص هو |ع| = ٢

∴ بعده عن المستوى س ع أكبر من المستوى س ص

الإجابة (أ)

14

إذا كان أقصر بعد بين النقطة أ (٣ ، ٥ ، ١) وسطح كرة مركزها م (١ ، ٢ ، − ٥) يساوى ٢ وحدة طول

فإن طول نصف قطر الكرة = ... وحدة طول

- ● ٥
- ٢
- ٧
- ١٢

أ (٣، ٥، ١) م (١، ٢، −٥)

$$م أ = \sqrt{(٣-١)^2+(٥-٢)^2+(١+٥)^2} = ٧$$

$$نق = ٧ - ٢ = ٥$$

13

القيم الممكنة للعدد ك التى تجعل المسافة بين النقطتين أ (٢ ، ك ، ٣) ، ب (− ٤ ، ٤ ، ٢) تساوى $\sqrt{٦٢}$ هى ....

- ● − ١ أو ٩
- ١ أو − ٩
- − ٥ أو − ٩
- ١ أو ٥

$$\sqrt{(٢+٤)^2+(ك-٤)^2+(٣-٢)^2} = \sqrt{٦٢}$$

$$(ك-٤)^2+٣٧ = ٦٢$$

$$(ك-٤)^2 = ٢٥$$

ك − ٤ = ٥ ، ك − ٤ = − ٥

ك = ٩ ، ك = − ١

أ/ سعد حجازى
مدرس الرياضيات البحتة و التطبيقية
مع تمنياتى بالتفوق
٠١٢٨٢٦١٩٤٨٤

16

إذا كان $ع_1$ = ٣ (جتا ٣٠٠° + ت جا ٣٠٠°)، $ع_2$ = ٢ (جا ٢٤٠° + ت جتا ٢٤٠°).

فأي مما يأتي هي الصورة الأُسية للعدد $ع_1$ $ع_2$ ؟

- ● ٦ $هـ^{\frac{5\pi}{6} ت}$
- • ٦ $هـ^{\pi ت}$
- • $\frac{٣}{٢}$ $هـ^{\frac{5\pi}{6} ت}$
- • $\frac{٣}{٢}$ $هـ^{\pi ت}$

$ع_1$ = ٣[جتا −٦٠ + ت جا −٦٠]

$ع_2$ = ٢[جتا −١٥٠ + ت جا −١٥٠]

$ع_1 ع_2$ = ٦[جتا −٢١٠ + ت جا −٢١٠] (١٥٠)

= ٦ $هـ^{١٥٠ ت}$ = ٦ $هـ^{\frac{5\pi}{6} ت}$

15

إذا كانت الزاوية بين المستويين (٣ ، −٤ ، ٢)· ر = ٧ ، ٣س + ٤ص − م ع = ١٢ قياسها ٩٠°

فإن م = ...

- ● $-\frac{٧}{٢}$
- • $-\frac{٣}{٢}$
- • $-\frac{٢٥}{٢}$
- • $\frac{٣}{٢}$

المستويان متعامدان

$ن_1 \cdot ن_2 = ٠$

٣×٣ − ٤×٤ + ٢×−م = ٠

٩ − ١٦ − ٢م = ٠

م = $\frac{-٧}{٢}$

18

إذا كان $\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{ب}$ متجهين وكان $\|\overrightarrow{أ}\| = ٥$

، مركبة المتجه $\overrightarrow{ب}$ في اتجاه المتجه $\overrightarrow{أ}$ هي ٣ فإن $\overrightarrow{أ} \cdot \overrightarrow{ب} =$ ....

- ● ١٥
- • $\frac{٥}{٣}$
- • $\frac{٣}{٥}$
- • ٨

مركبة ب في اتجاه أ = $\frac{\overrightarrow{ب} \cdot \overrightarrow{أ}}{\|\overrightarrow{أ}\|}$

$\frac{\overrightarrow{ب} \cdot \overrightarrow{أ}}{٥} = ٣$

$\therefore \overrightarrow{ب} \cdot \overrightarrow{أ} = ١٥$

الإبدال محقق في الضرب القياسي

$\overrightarrow{أ} \cdot \overrightarrow{ب} = ١٥$

17

إذا كان : $٢ \ {}^{ن+١}ق_ر = {}^{ن+١}ل_ر$ ، $\frac{{}^{ن}ق_{ر+١}}{{}^{ن}ق_ر} = \frac{٥}{٣}$

فإن : ${}^{ن}ق_ر + {}^{ن}ل_ر =$ ....

- ● ٦٣
- • ٣٣
- • ٦٠
- • ٣٦

$٢ \left(\frac{{}^{ن+١}ل_ر}{ر!}\right) = {}^{ن+١}ل_ر$

$\therefore ر! = ٢$ $\boxed{ر = ٢}$

${}^{ن}ق_٣ : {}^{ن}ق_٢ = \frac{٥}{٣}$

$\frac{ن - ٣ + ١}{٣} = \frac{٥}{٣}$

$ن - ٢ = ٥$ $\boxed{ن = ٧}$

${}^{٧}ق_٢ + {}^{٧}ل_٢ = ٦٣$

19

إذا كان: أ هـ$^{2\theta ت}$ + ب هـ$^{-2\theta ت}$ = ٥ جتا 2θ − ت جا 2θ ، حيث أ ، ب أعداد حقيقية موجبة

$\theta \in]\,0 ، \frac{\pi}{2}\,[$ ، ت^2 = −١ ، فإن: أ ب = ...

- ● ٦
- ٢
- ٥
- ٣

أ(جتا 2θ + ت جا 2θ) + ب(جتا 2θ − ت جا 2θ)

= ٥ جتا 2θ − ت جا 2θ

الحقيقي: أ + ب = ٥

التخيلي: أ − ب = −١ بالجمع

أ = ٢ ب = ٣

أ ب = ٦

20

إذا كان $^{ن+1}ل_{ر}$ < $^{ن+1}ل_{ر-1}$

فإن ن < ....

- ● ر − ١
- ر − ٣
- ر + ١
- ١ − ر

$\frac{\lfloor ن+1}{\lfloor ن-ر+1} < \frac{\lfloor ن+1}{\lfloor ن-ر+2}$

$\lfloor ن-ر+2 < \lfloor ن-ر+1$

ن − ر + ٢ < ١

ن < −١ + ر

ن < ر − ١

أ/ سعد حجازى
مدرس الرياضيات البحته و التطبيقيه
مع تمنياتى بالتفوق
٠١٢٨٢٦١٩٤٨٤

22

إذا كانت أ* هى المصفوفة الموسعة لنظام حل المعادلات

٣ س + ٢ ص − ع = ٤ ، س + ص − ع = ٣ ، س = ٢ ع

فإن ....

• ٢ < ر(أ*) < ٤

• ر(أ*) < ٣

• ١ < ر(أ*) ≤ ٢

• ١ ≤ ر(أ*) < ٣

٢ ≤ ر(أ*) ≤ ٤

$$أ^* = \left(\begin{array}{ccc|c} ٣ & ٢ & -١ & ٤ \\ ١ & ١ & -١ & ٣ \\ ١ & ٠ & -٢ & ٠ \end{array}\right)$$

$$\begin{vmatrix} ٣ & ٢ & -١ \\ ١ & ١ & -١ \\ ١ & ٠ & -٢ \end{vmatrix} \neq ٠$$

٢ < ر(أ*) < ٤

21

إذا كان أكبر معامل فى مفكوك $(أ + س)^{٢٠}$ هو معامل $ع_{١١}$

فإن أ ∈ ....حيث أ ∈ $ع^+$

● $\left[\frac{١٠}{١١} ، \frac{١١}{١٠}\right]$

• [١٠ ، ١١]

• $\left[\frac{-١١}{١٠} ، \frac{١٠}{١١}\right]$

• $\left[\frac{٩}{١١} ، \frac{١٠}{١١}\right]$

$ع_{١١} \geq ع_{١٠}$ $ع_{١١} \geq ع_{١٢}$

$\frac{ع_{١١}}{ع_{١٠}} \geq ١$ $\frac{ع_{١٢}}{ع_{١١}} \leq ١$

$\frac{٢٠-١٠+١}{١٠} \times \frac{١}{أ} \geq ١$ $\frac{٢٠-١١+١}{١١} \times \frac{١}{أ} \leq ١$

$أ \leq \frac{١١}{١٠}$ $أ \geq \frac{١٠}{١١}$

∴ $أ \in \left[\frac{١٠}{١١} ، \frac{١١}{١٠}\right]$

أ/ سعد حجازى
مدرس الرياضيات البحته و التطبيقيه
مع تمنياتى بالتفوق
٠١٢٨٢٦١٩٤٨٤

إذا كانت $\vec{أ}$ ، $\vec{ب}$ ، $\vec{حـ}$ تمثل ثلاثة أحرف متجاورة في متوازي سطوح حيث $\|\vec{أ}\| = ٢$

، زوايا الاتجاه للمتجه $\vec{أ}$ هي $(١٣٥°، ٦٠°، ١٢٠°)$ ، $\vec{ب} = (١، \sqrt{٢}، ٠)$ ، $\vec{حـ} = (\sqrt{٢}، ٣، ٥)$

فإن : حجم متوازي السطوح = ... وحدة مكعبة

- ● ١٦
- • $٦\sqrt{٢}$
- • ١١
- • $١٦\sqrt{٢}$

$\vec{أ} = ٢(جتا١٣٥، جتا٦٠، جتا١٢٠)$

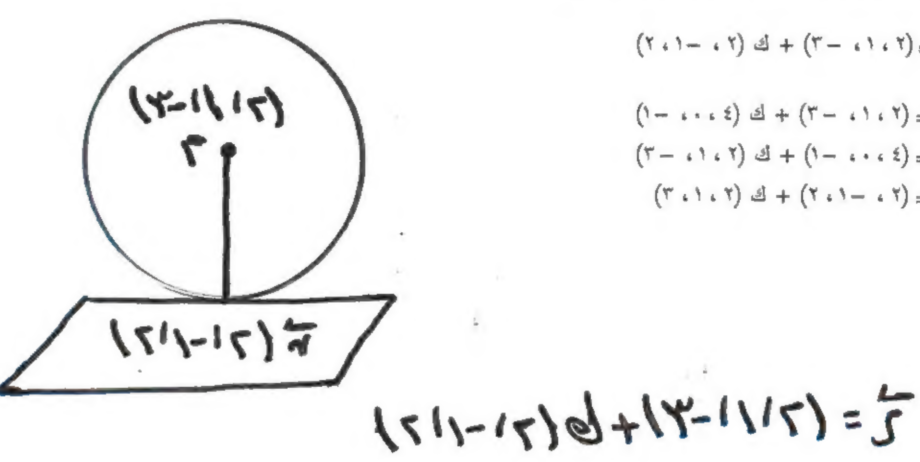
$\vec{أ} = (-\sqrt{٢}، ١، -١)$

$$\vec{أ} \cdot \vec{ب} \times \vec{حـ} = \begin{vmatrix} -\sqrt{٢} & ١ & -١ \\ ١ & \sqrt{٢} & ٠ \\ \sqrt{٢} & ٣ & ٥ \end{vmatrix} = ١٦ \text{ وحدة مكعبة}$$

إذا كان المستوى ٢س - ص + ٢ع = ٦ يمس سطح الكرة س^٢ + ص^٢ + ع^٢ - ٤س - ٢ص + ٦ع + ٥ = صفر.

فإن معادلة المستقيم المار بمركز الكرة ونقطة التماس هي ....

- ● $\vec{ر} = (٢، ١، -٣) + ك(٢، -١، ٢)$
- • $\vec{ر} = (٢، ١، -٣) + ك(٤، ٠، -١)$
- • $\vec{ر} = (٤، ٠، -١) + ك(٢، ١، -٣)$
- • $\vec{ر} = (٢، -١، ٢) + ك(٢، ١، ٣)$



$\vec{ر} = (٢، ١، -٣) + ك(٢، -١، ٢)$

إذا قطع المستوى : ب حـ س + أ حـ ص + أ ب ع = أ ب حـ

محاور الإحداثيات س ، ص ، ع فى النقط ك ، ن ، م على الترتيب

كما قطع المستوى : ب حـ س + أ حـ ص − أ ب ع = − أ ب حـ

محاور الإحداثيات س ، ص ، ع فى النقط ك َ ، ن َ ، م على الترتيب فإن الهرم: م ك ن ك َ ن َ هو هرم ....

حيث أ ، ب ، حـ أعداد حقيقية موجبة ، أ ≠ ب.

- ● رباعى قائم
- رباعى منتظم
- ثلاثى قائم
- ثلاثى منتظم

ب حـ س + أ حـ ص + أ ب ع = أ ب حـ ÷ أ ب حـ

$\frac{س}{أ} + \frac{ص}{ب} + \frac{ع}{حـ} = 1$

ب حـ س + أ حـ ص − أ ب ع = − أ ب حـ ÷ − أ ب حـ

$\frac{س}{-أ} + \frac{ص}{-ب} + \frac{ع}{حـ} = 1$

هرم رباعي قائم